Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Gruppe 8

Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769

Numerische Mathematik: Hausaufgabe 5

Aufgabe 1

Wir wollen die erste Ableitung bilden mit zentralen Differenzenquotient mit 3 Termen

$$f(x) = \frac{sin\left(0{,}5 \cdot \sqrt[2]{x}\right)}{x}$$

$$x_i = 1$$

$$h = 0{,}2$$

Wie in Gleichung ersichtlich brauchen 2 Werte nach Xi und 2 Werte vor Xi

x_{i-2}	x_{i-1}	x_i	x_{i+1}	x_{i+2}
$= x_i - 2h$	$= x_i - h$	$= 1$	$= x_i + h$	$= x_i + 2h$
0,6	0,8	1	1,2	1,4

$$\Delta x = h = 0{,}2$$

Formalismus (nach Taylor)

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_{i+2}) + 8 \cdot f(x_{i+1}) - 8 \cdot f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{12 \cdot \Delta x} + O(h)^4$$

$$\Rightarrow f'(x_i) \approx \frac{-f(x_{i+2}) + 8 \cdot f(x_{i+1}) - 8 \cdot f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{12 \cdot \Delta x}$$

$$\Rightarrow f'(1) \approx \frac{-f(1{,}4) + 8 \cdot f(1{,}2) - 8 \cdot f(0{,}8) + f(0{,}6)}{12 \cdot h}$$

$$\Rightarrow f'(1) \approx \frac{-0{,}3983545983 + 3{,}471628663 - 4{,}32454839 + 0{,}6294803931}{2{,}4} = -0{,}2590808051$$

Berechnung der Ableitung auf analytischem Weg

$$f'(x) = \frac{cos\left(0{,}5 \cdot \sqrt[2]{x}\right)}{4x^{1{,}5}} - \frac{sin\left(0{,}5 \cdot \sqrt[2]{x}\right)}{x^2} = -0{,}2600298981$$

Bildung des relativen Fehlers

$$relativer\ Fehler = \left|\frac{f'(x)_{analytisch} - f'(x)_{numerisch}}{f'(x)_{analytisch}}\right| = \left|\frac{-0{,}2600298981 - -0{,}2590808051}{-0{,}2600298981}\right|$$
$$= 0{,}003649937976 = 0{,}3649937976\%$$

Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

Aufgabe 2

1) & 2)

Wertetabelle

$t[s]$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x[cm]$	0	10	18	24	35	45	56	68	76	84	90

Geschwindigkeit mit der Vorwärtsdifferenz

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(h)$$

$$\Rightarrow f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_i[s]$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_i[cm]$	0	10	18	24	35	45	56	68	76	84	90
$\dot{x}_{i,numerisch}\left[\frac{cm}{s}\right]$	10	8	6	11	10	11	12	8	8	6	$-$
$\ddot{x}_{i,numerisch}\left[\frac{cm}{s^2}\right]$	$-$	-2	1,5	2	0	1	$-1{,}5$	-2	-1	$-$	$-$

Allgemeiner Formalismus der Vorwärtsdifferenz für die Geschwindigkeit	Allgemeiner Formalismus für die Zentralen Differenzenquotienten
$\Delta x = h = 1s$ $\Rightarrow f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$	$\Delta x = h = 1s$ $f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}} + O(h)^2$ $\Rightarrow f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2 \cdot \Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2 \cdot h} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}}$
Berechnung der einzelnen Geschwindigkeiten	Berechnung der einzelnen Beschleunigungen
$f'(x_0) \approx \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h} = \frac{10cm - 0cm}{1s} = \frac{10cm}{s}$ $f'(x_1) \approx \frac{f(x_2) - f(x_1)}{h} = \frac{18cm - 10cm}{1s} = \frac{8cm}{s}$	$f''(x_1) = \frac{f'(x_2) - f'(x_0)}{2 \cdot h} = \frac{6\frac{cm}{s} - 10\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = -2\frac{cm}{s^2}$ $f''(x_2) = \frac{f'(x_3) - f'(x_1)}{2 \cdot h} = \frac{11\frac{cm}{s} - 8\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = 1{,}5\frac{cm}{s^2}$

$$f'(x_2) \approx \frac{f(x_3) - f(x_2)}{h} = \frac{24cm - 18cm}{1s} = \frac{6cm}{s}$$

$$f'(x_3) \approx \frac{f(x_4) - f(x_3)}{h} = \frac{35cm - 24cm}{1s} = \frac{11cm}{s}$$

$$f'(x_4) \approx \frac{f(x_5) - f(x_4)}{h} = \frac{45cm - 35cm}{1s} = \frac{10cm}{s}$$

$$f'(x_5) \approx \frac{f(x_6) - f(x_5)}{h} = \frac{56cm - 45cm}{1s} = \frac{11cm}{s}$$

$$f'(x_6) \approx \frac{f(x_7) - f(x_6)}{h} = \frac{68cm - 56cm}{1s} = \frac{12cm}{s}$$

$$f'(x_7) \approx \frac{f(x_8) - f(x_7)}{h} = \frac{76cm - 68cm}{1s} = \frac{8cm}{s}$$

$$f'(x_8) \approx \frac{f(x_9) - f(x_8)}{h} = \frac{84cm - 76cm}{1s} = \frac{8cm}{s}$$

$$f'(x_9) \approx \frac{f(x_{10}) - f(x_9)}{h} = \frac{90cm - 84cm}{1s} = \frac{6cm}{s}$$

$$f''(x_3) = \frac{f'(x_4) - f'(x_2)}{2 \cdot h} = \frac{10\frac{cm}{s} - 6\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = 2\frac{cm}{s^2}$$

$$f''(x_4) = \frac{f'(x_5) - f'(x_3)}{2 \cdot h} = \frac{11\frac{cm}{s} - 11\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = 0\frac{cm}{s^2}$$

$$f''(x_5) = \frac{f'(x_6) - f'(x_4)}{2 \cdot h} = \frac{12\frac{cm}{s} - 10\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = 1\frac{cm}{s^2}$$

$$f''(x_6) = \frac{f'(x_7) - f'(x_5)}{2 \cdot h} = \frac{8\frac{cm}{s} - 11\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = -1{,}5\frac{cm}{s^2}$$

$$f''(x_7) = \frac{f'(x_8) - f'(x_6)}{2 \cdot h} = \frac{8\frac{cm}{s} - 12\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = -2\frac{cm}{s^2}$$

$$f''(x_8) = \frac{f'(x_9) - f'(x_7)}{2 \cdot h} = \frac{6\frac{cm}{s} - 8\frac{cm}{s}}{2 \cdot 1s} = -1\frac{cm}{s^2}$$

Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Gruppe 8

Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769

Aufgabe 3

1

Exakter Wert ist der Wert der Stammfunktion der oberen Grenze abzüglich den Wert der Stammfunktion der unteren Grenze:

$$F(x) = (x^2 - 2x + 2) \cdot e^x + C$$

$$A = F(3) - F(0) = (3^2 - 2 \cdot 3 + 2) \cdot e^3 \cancel{+ C} - (0^2 - 2 \cdot 0 + 2) \cdot e^0 \cancel{- C} = 98.42768461593834$$

2

Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_3_2.pdf

n	Fläche (summierte Trapez-Regel)	Fläche (summierte Simpson-Regel)	Fläche (analytisch)	Fehler absolut (summierte Trapez-Regel)	Fehler absolut (summierte Simpson-Regel)
4	112.268394	99.456834	98.427685	13.840709	1.029149
8	101.940412	98.497751	98.427685	3.512727	0.070066
16	99.309224	98.432161	98.427685	0.881539	0.004476
32	98.648280	98.427966	98.427685	0.220595	0.000281
64	98.482847	98.427702	98.427685	0.055162	0.000017
128	98.442283	98.428484	98.427685	0.014598	0.000799

3

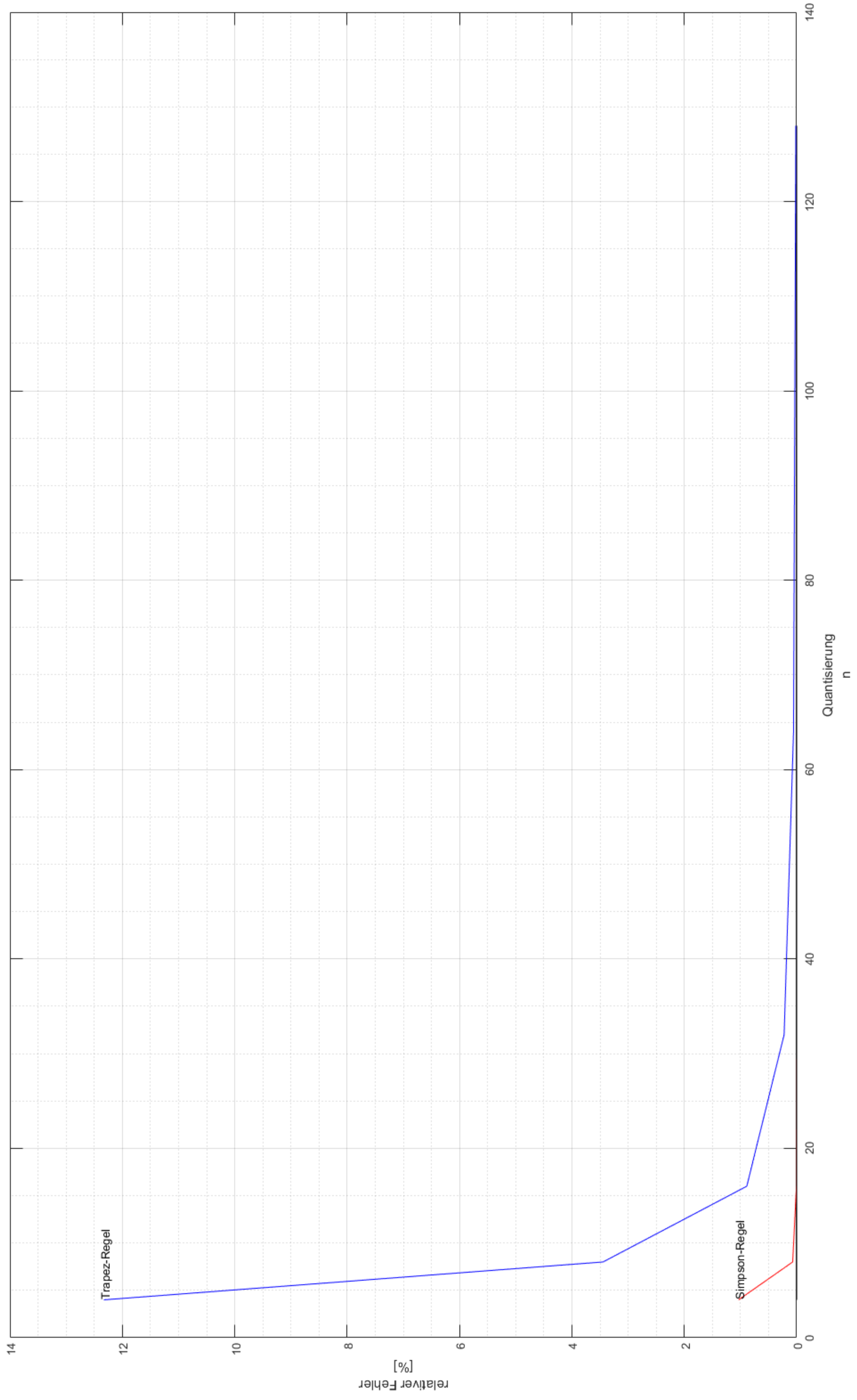
Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_3_2.pdf

n	Fläche (su...	Fläche (su...	Fläche (an...	Fehler absolut (summierte Trapez-Regel)	Fehler absolut (summierte Simpson-Regel)	Fehler relativ (summierte Trapez-Regel) [%]	Fehler relativ (summierte Simpson-Regel) [%]
4	112.268394	99.456834	98.427685	13.840709	1.029149	12.328233	1.034770
8	101.940412	98.497751	98.427685	3.512727	0.070066	3.445863	0.071135
16	99.309224	98.432161	98.427685	0.881539	0.004476	0.887671	0.004548
32	98.648280	98.427966	98.427685	0.220595	0.000281	0.223618	0.000286
64	98.482847	98.427702	98.427685	0.055162	0.000017	0.056012	0.000018
128	98.442283	98.428484	98.427685	0.014598	0.000799	0.014829	0.000812

Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

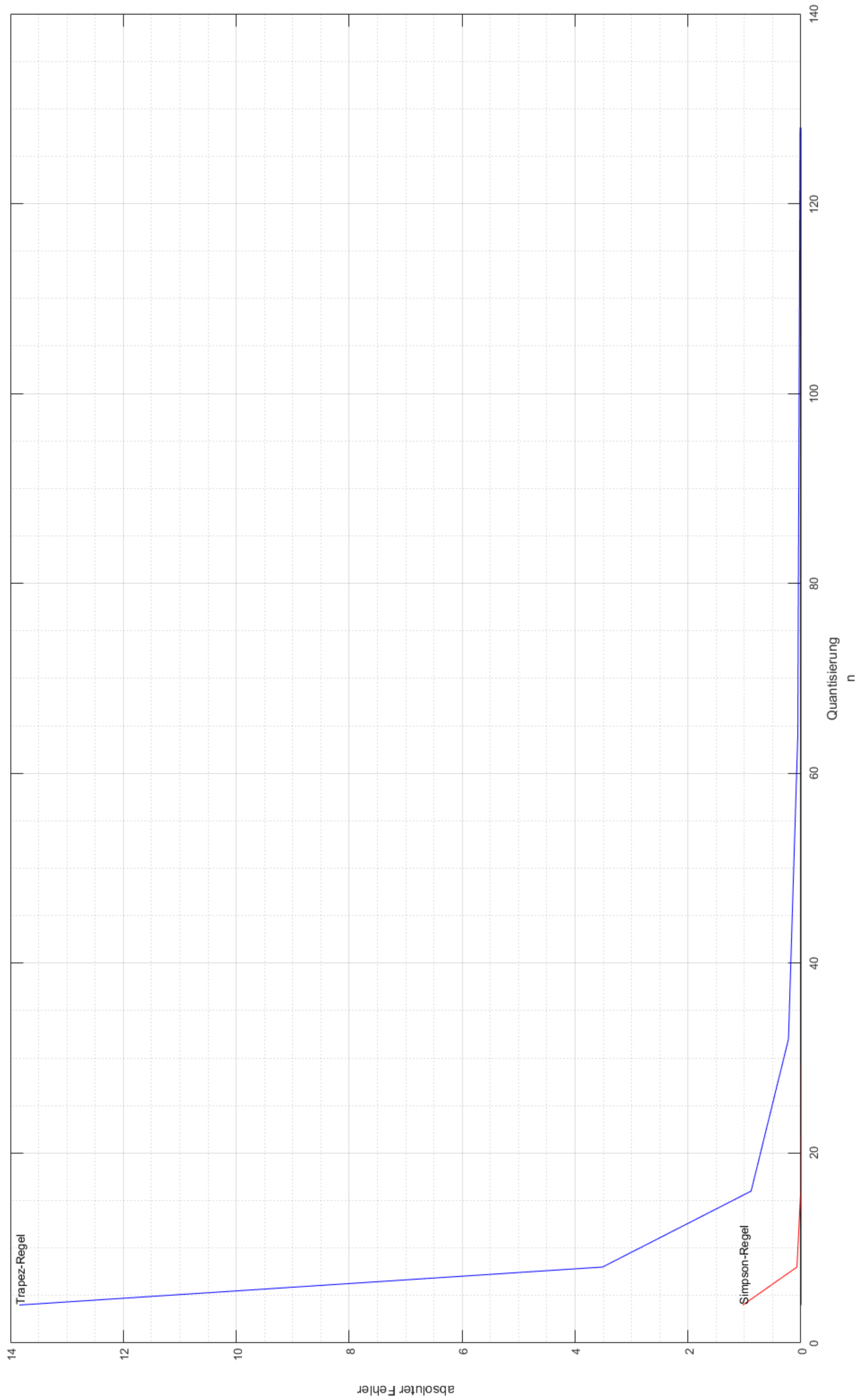
Gruppe 8

Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769



Gruppe 8

Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769



Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

4

Je größer, bzw. feiner die Quantisierung n desto sauberer wird das Integral gebildet.

Die Simpson-Regel konvergiert im Vergleich schon bei gröberer Quantisierung mit dem analytischen Integral.

Aufgabe 4

Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_4.pdf

1)

Exakter Wert ist der Wert der Stammfunktion der oberen Grenze abzüglich den Wert der Stammfunktion der unteren Grenze:

$$F(x) = \frac{1}{2}\tan^{-1}(x^2) + C$$

$$A = F(1) - F(0) = \frac{1}{2}\tan^{-1}(1^2) \cancel{+ C} - \frac{1}{2}\tan^{-1}(0^2) \cancel{- C} = \frac{\pi}{8}$$

2)

Schema:

j / i	0	1	...	...
	$A_{i,0}$	$A_{i,1}$	...	...
0	$\frac{x_o - x_u}{2} \cdot (f(x_u) + f(x_o))$			
1	$\frac{A_{i-1,0}}{2} + \left(\frac{x_o - x_u}{2^i} \cdot \sum_{k=1}^{2^{i-1}} f\left(x_u + \frac{((2 \cdot k) - 1) \cdot (x_o - x_u)}{2^i}\right)\right)$	$\frac{1}{4^j - 1} \cdot \left((4^j \cdot A_{i,j-1}) - A_{i-1,j-1}\right)$		
2	$\frac{A_{i-1,0}}{2} + \left(\frac{x_o - x_u}{2^i} \cdot \sum_{k=1}^{2^{i-1}} f\left(x_u + \frac{((2 \cdot k) - 1) \cdot (x_o - x_u)}{2^i}\right)\right)$	$\frac{1}{4^j - 1} \cdot \left((4^j \cdot A_{i,j-1}) - A_{i-1,j-1}\right)$	$\frac{1}{4^j - 1} \cdot \left((4^j \cdot A_{i,j-1}) - A_{i-1,j-1}\right)$	
...	...	...	...	...

Berechnung:

i	R(i,0)	R(i,1)	R(i,2)	R(i,3)	R(i,4)	R(i,5)	R(i,6)	R(i,7)	R(i,8)	R(i,9)	R(i,10)
0	0.25000000										
1	0.36029412	0.39705883									
2	0.38483710	0.39301809	0.39274871								
3	0.39074289	0.39271149	0.39269105	0.39269013							
4	0.39221061	0.39269985	0.39269907	0.39269920	0.39269924						
5	0.39257700	0.39269913	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908					
6	0.39266856	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908				
7	0.39269145	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908			
8	0.39269717	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908		
9	0.39269860	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	
10	0.39269896	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908	0.39269908

3

Fehlerabschätzung bei Ausnutzung des vollen double-Speicher-Umfangs:

Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

Analytisches Ergebnis In 0,39269908169872400000

i	R(i,0)	R(i,1)	R(i,2)	R(i,3)	R(i,4)	R(i,5)	R(i,6)	R(i,7)	R(i,8)	R(i,9)	R(i,10)	geforderte maximale Abweichung Epsilon 0,00000100000000000000
0	0,25000000000000000000											0,14269908169872400000
1	0,36029411764705800000	0,39705882352941100000										0,00435974183068688000
2	0,38483710258341500000	0,39301809756220100000	0,39274871583105400000									0,00004963413232983440
3	0,39074289362083900000	0,39271149063331300000	0,39269105017138700000	0,39269013484345600000								0,00000894685526814376
4	0,39221060953649500000	0,39269984817504700000	0,39269907201116300000	0,39269919934195300000	0,39269923488900600000							0,00000015319028184857
5	0,39257699946252300000	0,39269912943786600000	0,39269908152205400000	0,39269908167302000000	0,39269908121157300000	0,39269908106135100000						0,00000000063737315426
6	0,39266856337549700000	0,39269908467982200000	0,39269908169595300000	0,39269908169871300000	0,39269908169881400000	0,39269908169929000000	0,39269908169944600000					0,00000000000072186701
7	0,39269145225762600000	0,39269908188500200000	0,39269908169868000000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000				0,00000000000000016653
8	0,39269717434718000000	0,39269908171036500000	0,39269908169872300000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000			0,00000000000000016653
9	0,39269860486138400000	0,39269908169945100000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000		0,00000000000000016653
10	0,39269896248942300000	0,39269908169876900000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,39269908169872400000	0,00000000000000016653

Anscheinend Genauigkeitsgrenze des double-Datentyps erreicht
-> Jede weitere iterative Errechnung führt zum gleichen Ergebnis :(

Die Genauigkeitsabweichung ist bei 10^-16
Das sind auch die Nachkommastellen die Matlab zu Berechnung mitnimmt

Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

Aufgabe 5

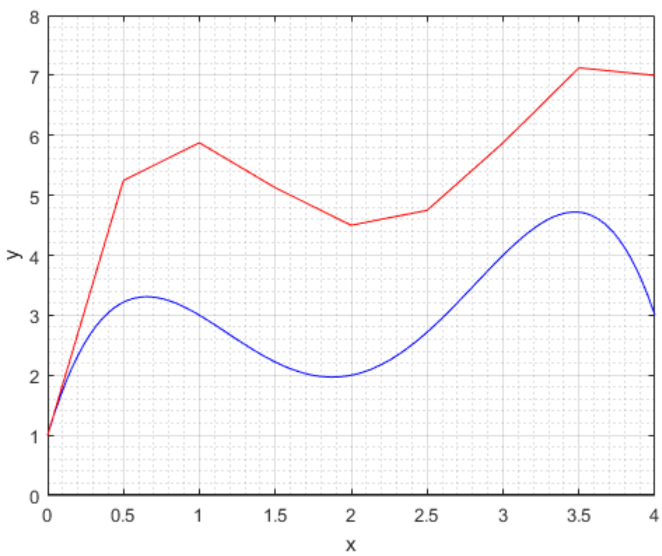
Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_5.pdf

Schema:

i	x_i	y_i	k_1
0	$x_u + (i \cdot h)$	y_0	$f(x_i, y_i)$
…	…	$y_{i-1} + (h \cdot (k_1)_{i-1})$	…

i	Yi+1 = Yi + h*f(Xi,Yi) =	Funktionswert	X-Wert
-1	Y0 =	1.00000000000000000000	0
0	Y1 = Y0 + h*f(X0,Y0) =	5.25000000000000000000	0.5
1	Y2 = Y1 + h*f(X1,Y1) =	5.87500000000000000000	1
2	Y3 = Y2 + h*f(X2,Y2) =	5.12500000000000000000	1.5
3	Y4 = Y3 + h*f(X3,Y3) =	4.50000000000000000000	2
4	Y5 = Y4 + h*f(X4,Y4) =	4.75000000000000000000	2.5
5	Y6 = Y5 + h*f(X5,Y5) =	5.87500000000000000000	3
6	Y7 = Y6 + h*f(X6,Y6) =	7.12500000000000000000	3.5
7	Y8 = Y7 + h*f(X7,Y7) =	7.00000000000000000000	4

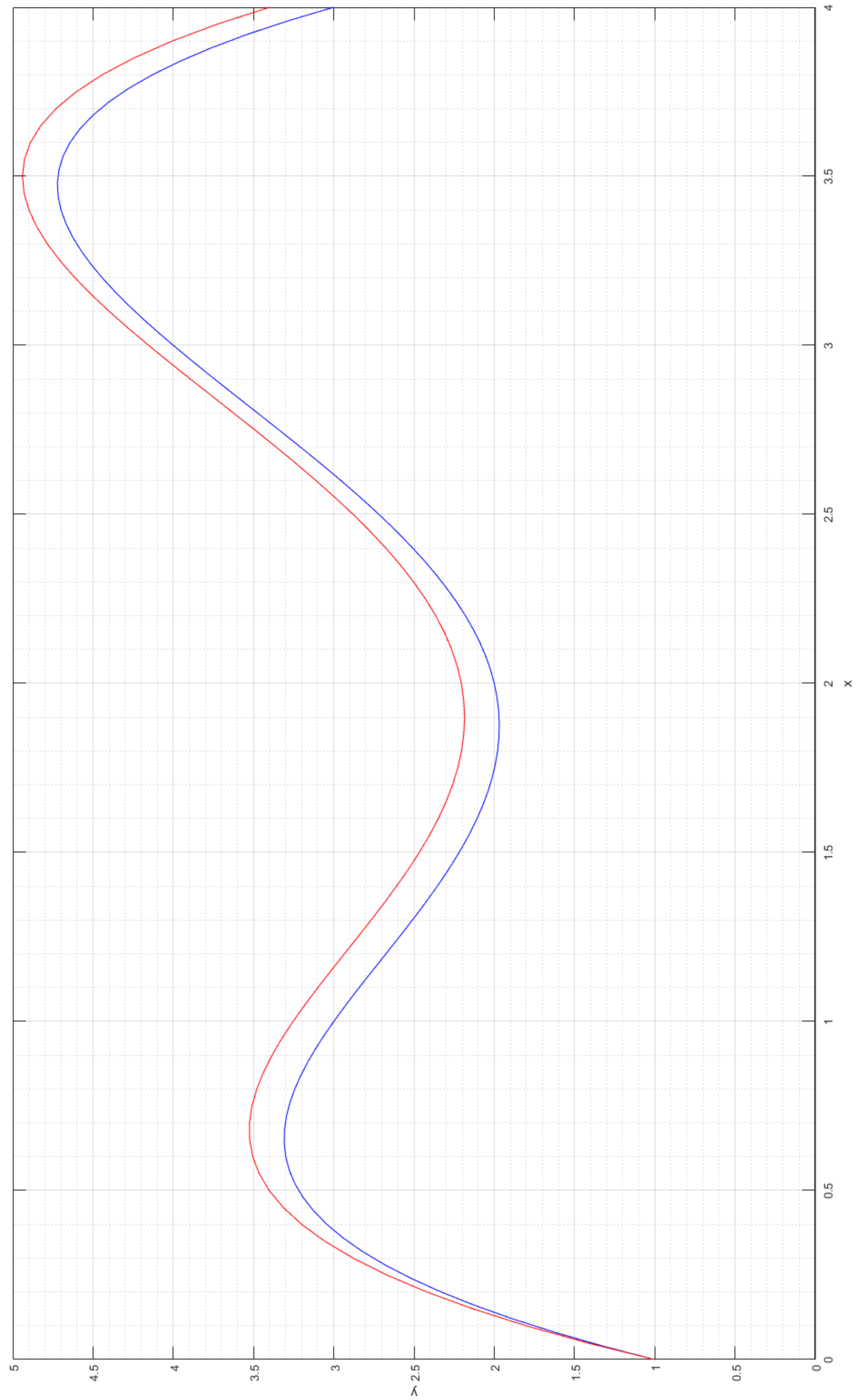
Annäherung (rot) bei h=0,5



Die Abweichung ist relativ riesig, weswegen mit einer um eine Zehnerpotenz kleineren Schrittweite experimentiert wird:

Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

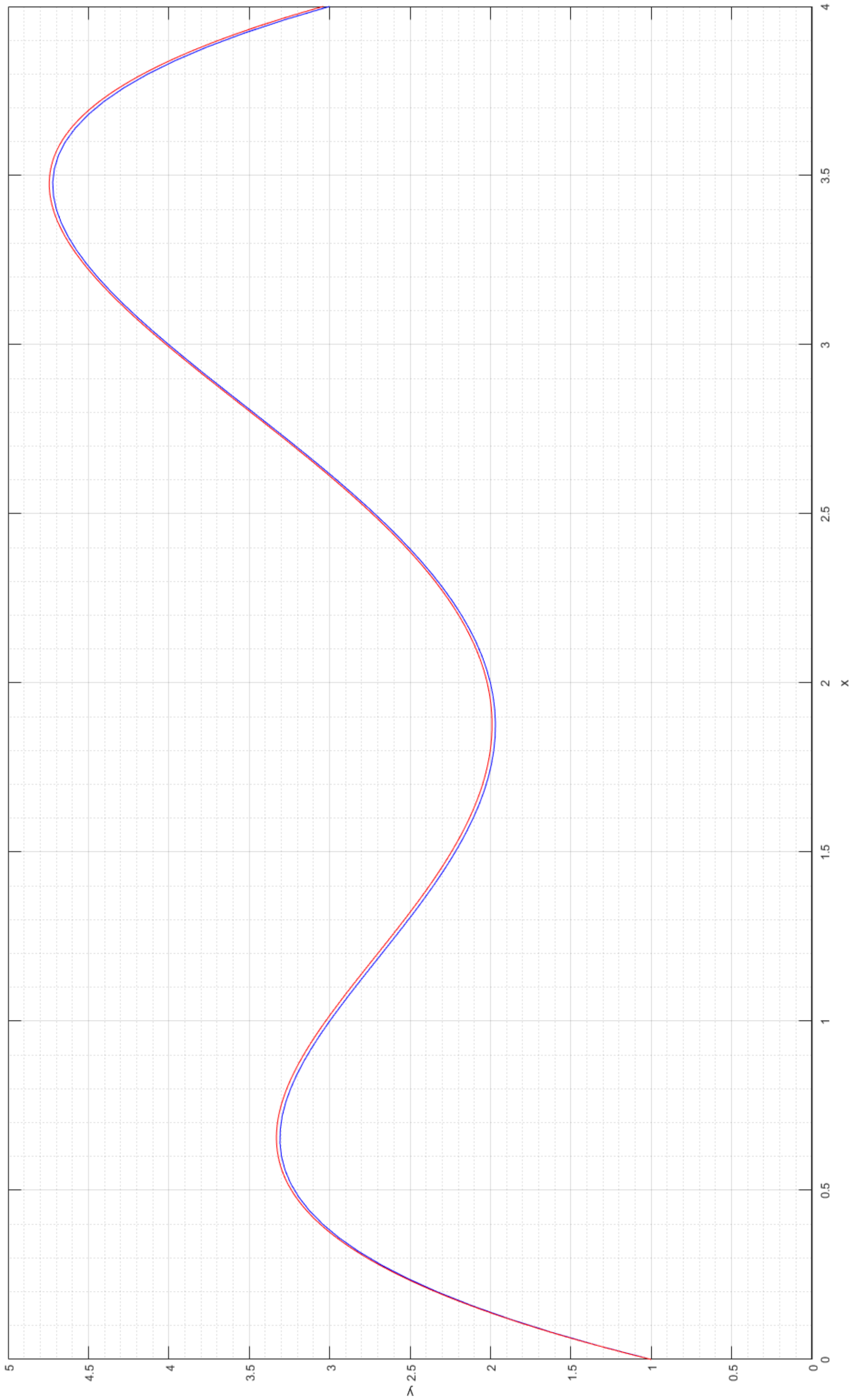
Annäherung (rot) bei h=0,05



Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

Reduzierung der Schrittweite um eine weitere Zehnerpotenz:

Annäherung (rot) bei h=0,005



Ostfalia
Hochschule für angewandte
Wissenschaften

Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

Aufgabe 6

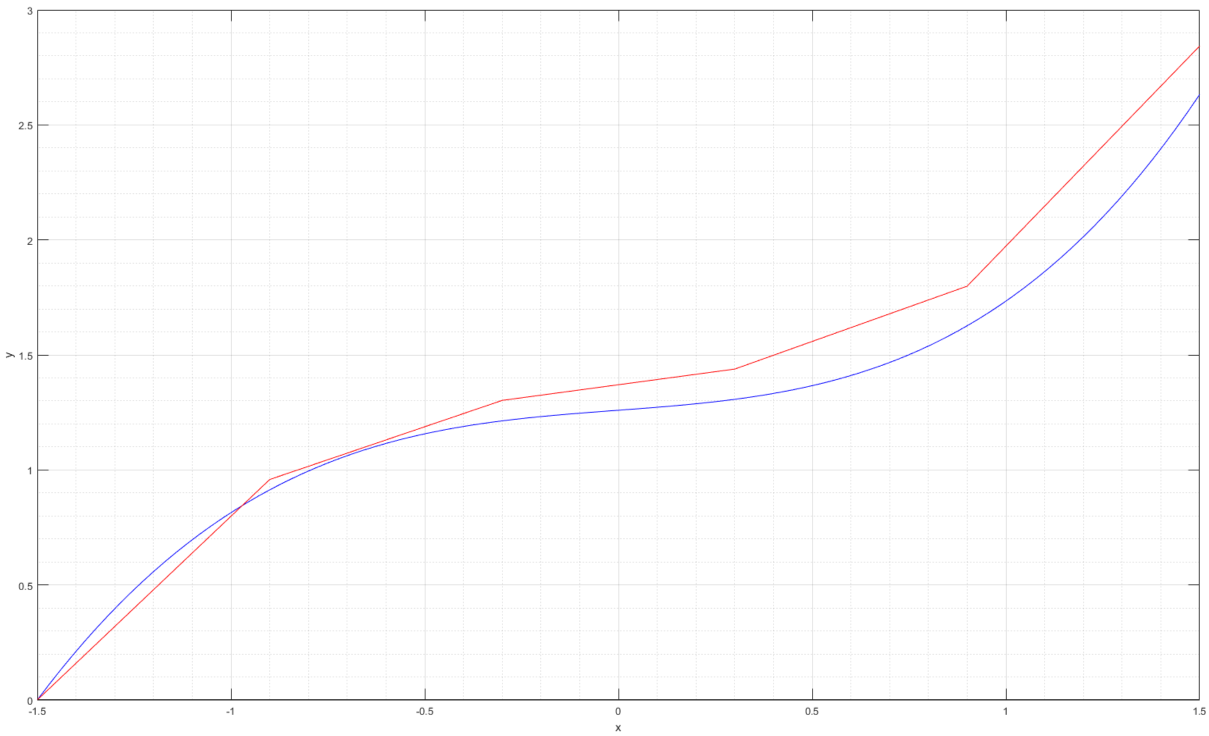
a)

Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_6_a.pdf

Schema:

			j	1	…
i	x_i	y_i	$Prädiktor\ y_i^0$	$Korrektor\ y_i^j$	…
0	$x_u + (i \cdot h)$	y_0	$y_i + (h \cdot f(x_i, y_i))$	$y_i + \left(\frac{h}{2} \cdot \left(f(x_i, y_i) + f\left(x_{i+1}, y_i^{j-1}\right)\right)\right)$	…
1	$x_u + (i \cdot h)$	$Korrektor\ y_{i-1}^{j\_max}$	…	…	…
…	…	…	…	…	…

i	Xi	Xi+1	Yi	Prädiktor (Yi+1)^0	Korrektor (Yi+1)^(v+1)
0	-1.5	-0.9	0.00000000000000000000	1.34999999999999990000	0.95850000000000002000
1	-0.9	-0.3	0.95850000000000002000	1.50201000000000010000	1.30231530000000010000
2	-0.3	0.3	1.30231530000000010000	1.43445421799999990000	1.43841838554000010000
3	0.3	0.9	1.43841838554000010000	1.57872348867240020000	1.79893264176637220000
4	0.9	1.5	1.79893264176637220000	2.39286860027235450000	2.84268667902753420000
5	1.5		2.84268667902753420000	4.36324787976918670000	



Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

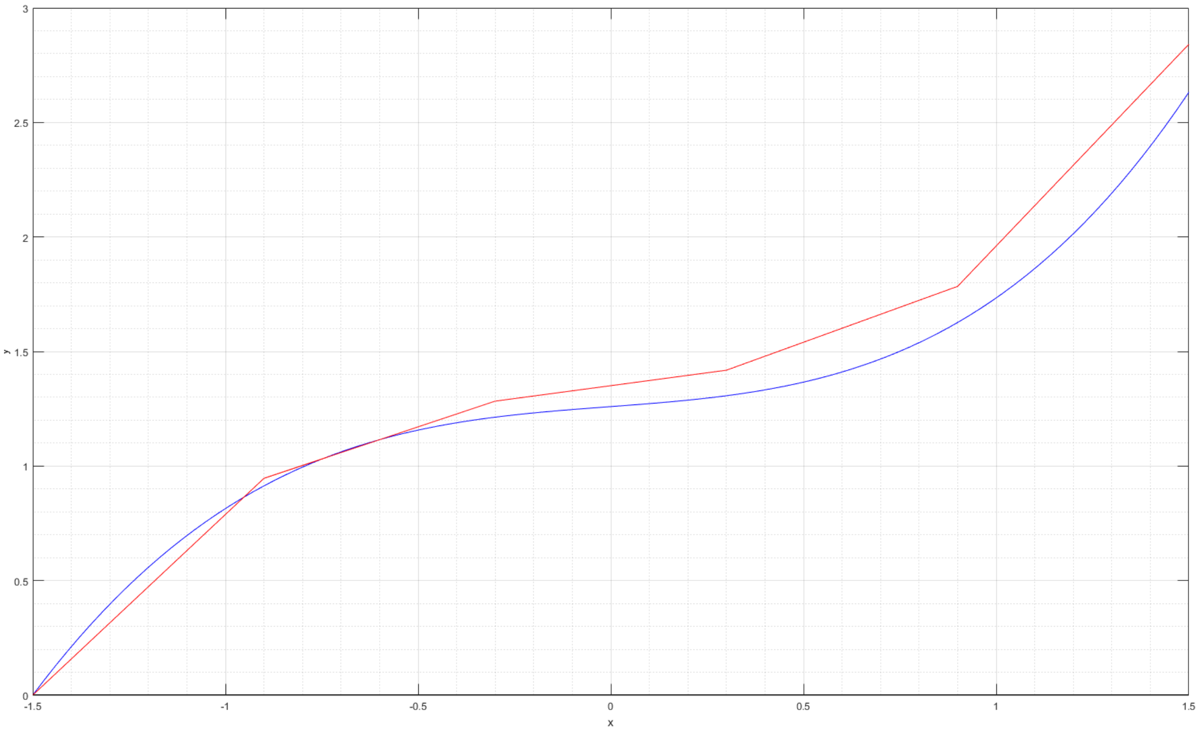
Gruppe 8

Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769

b)

Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_6_b.pdf

i	Xi	Xi+1	Yi	Prädiktor (Yi+1)^0	Korrektor (Yi+1)^(v+1)	Korrektor (Yi+1)^(v+2)	Korrektor (Yi+1)^(v+3)
0	-1.5	-0.9	0.00000000000000000000	1.34999999999999990000	0.95850000000000002000	0.94675500000000001000	0.94640265000000001000
1	-0.9	-0.3	0.94640265000000001000	1.48918680900000000000	1.28947033377000000000	1.28347883951310000000	1.28329909468539300000
2	-0.3	0.3	1.28329909468539300000	1.41429704036651670000	1.41822697873695040000	1.41834487688806330000	1.41834841383259680000
3	0.3	0.9	1.41834841383259680000	1.55744931866255270000	1.77762234580745140000	1.78422753662179830000	1.78442569234622870000
4	0.9	1.5	1.78442569234622870000	2.37749123388700220000	2.82728320013322550000	2.84077695912061220000	2.84118177189023410000
5	1.5		2.84118177189023410000	4.36165267820364820000			



c)

Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_6_c.pdf

Absoluter Fehler mit 1 Korrektorschritt:

i	Xi	Xi+1	Yi	Prädiktor (Yi+1)^0	Korrektor (Yi+1)^(v+1)	analytischer Wert	absoluter Fehler
0	-1.5	-0.9	0.00000000000000000000	1.34999999999999990000	0.95850000000000002000	0	0
1	-0.9	-0.3	0.95850000000000002000	1.50201000000000010000	1.30231530000000010000	0.91345	0.04505
2	-0.3	0.3	1.30231530000000010000	1.43445421799999990000	1.43841838554000010000	1.2133	0.089015
3	0.3	0.9	1.43841838554000010000	1.57872348867240020000	1.79893264176637220000	1.3069	0.13152
4	0.9	1.5	1.79893264176637220000	2.39286860027235450000	2.84268667902753420000	1.6267	0.17223
5	1.5		2.84268667902753420000	4.36324787976918670000		2.6318	0.21089

Absoluter Fehler mit 3 Korrektorschritten:

i	Xi	Xi+1	Yi	Prädiktor (Yi+1)^0	Korrektor (Yi+1)^(v+1)	Korrektor (Yi+1)^(v+2)	Korrektor (Yi+1)^(v+3)	analytischer Wert	absoluter Fehler
0	-1.5	-0.9	0.00000000000000000000	1.34999999999999990000	0.95850000000000002000	0.94675500000000001000	0.94640265000000001000	0	0
1	-0.9	-0.3	0.94640265000000001000	1.48918680900000000000	1.28947033377000000000	1.28347883951310000000	1.28329909468539300000	0.91345	0.032953
2	-0.3	0.3	1.28329909468539300000	1.41429704036651670000	1.41822697873695040000	1.41834487688806330000	1.41834841383259680000	1.2133	0.069999
3	0.3	0.9	1.41834841383259680000	1.55744931866255270000	1.77762234580745140000	1.78422753662179830000	1.78442569234622870000	1.3069	0.11145
4	0.9	1.5	1.78442569234622870000	2.37749123388700220000	2.82728320013322550000	2.84077695912061220000	2.84118177189023410000	1.6267	0.15773
5	1.5		2.84118177189023410000	4.36165267820364820000				2.6318	0.20938

Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Gruppe 8
Hendrik Brandt 70474936
Daniel Kuschel 70451470
Mohammed Almassri 70452593
Alexander König 70012769

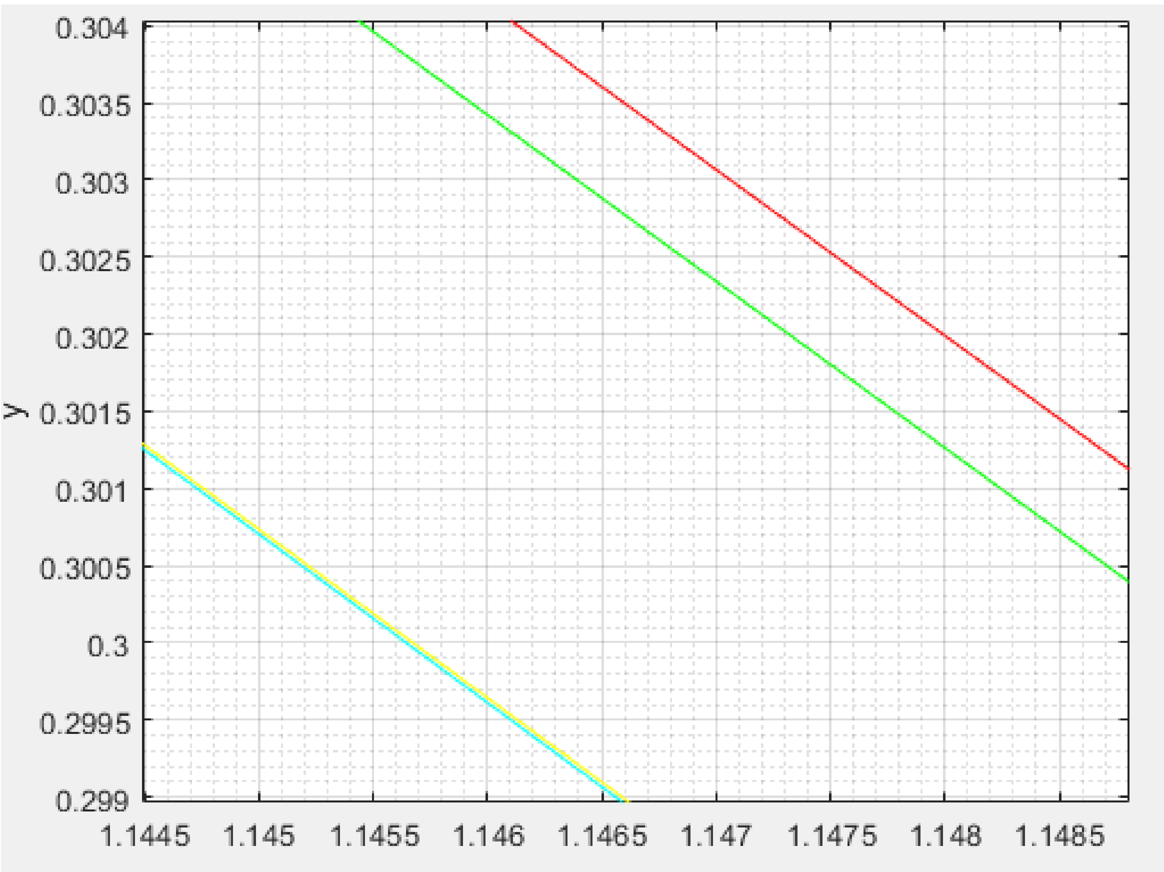
Aufgabe 7

Quelltext siehe G08_H5_Aufgabe_7.pdf

a & b) & c)

Xi	Euler	Heun	modifiziertes Euler	RK4	analytisch
1.00000000000000000000	0.50000000000000000000	0.50000000000000000000	0.50000000000000000000	0.50000000000000000000	0.50000109782733460000
1.10000000000000010000	0.32499999999999996000	0.35359374999999993000	0.35304687499999998000	0.34987795498110974000	0.34985233861047799000
1.20000000000000000000	0.20718749999999991000	0.24608858244886828000	0.24516616778736627000	0.24067389868342642000	0.24063478785552611000
1.30000000000000000000	0.12830733398437494000	0.16808700021932149000	0.16698294200158673000	0.16216918510648051000	0.16212433635674736000

- Euler weicht am meisten vom analytischen Ergebnis ab
- Heun-Verfahren liefert fast gleiche Güte wie Modifizierter Euler: beide Verfahren liefern drastisch bessere Ergebnisse als Euler
- RK4-Verfahren liegt fast genau auf der analytischen Lösung



Farbgebung der Kurven der folgenden Darstellung entnehmen

Ostfalia
Hochschule für angewandte Wissenschaften

Gruppe 8

Hendrik Brandt	70474936
Daniel Kuschel	70451470
Mohammed Almassri	70452593
Alexander König	70012769